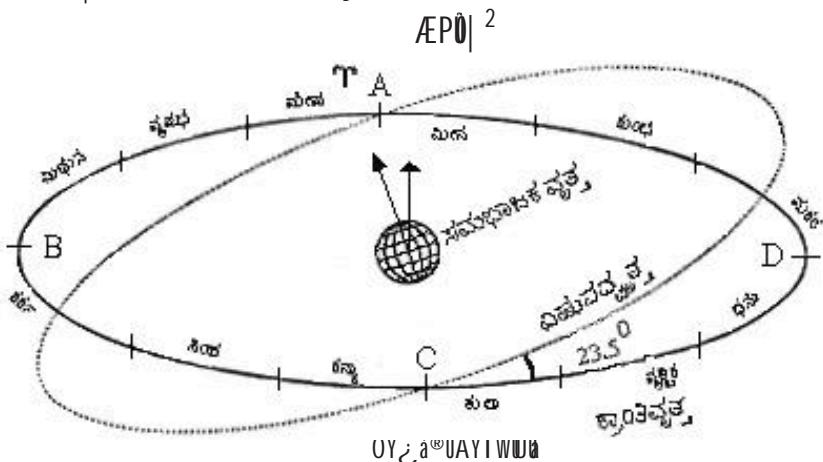


PUĀÜ ©EÄYÄ... OÜbPçAEE ±IaEÜOÜ «Ü» YWEÜÜ Ü EÝPçAÜOÜAÜ  
EnAÜça | EÜPÜ Dec.21/22 Aí ÜBaÜOÜAÜ ±IÜYÜCÜYXÜñÜ [1]. B YWE  
OÜI ±I YÀaPÜhÜñENWÜÜ YÜ aÜbÜ OÜEÜAÜ ÜEÜAÜWÜÜ PÜ EÜñDÜ  
±EÜPÜ WÜñAÜ ©WÜCÜEÜEÜAÜCÜYÜ ±<sup>1</sup>



PÝR E ÊTHUR Ü AÉÍ YPLAR » H E Á Ó · P Y R C O Ü Ö U E P Ü P P M V A C A L E Ü  
P A Æ A Ü Ö U E P A Ü 23.5<sup>0</sup>. D P P M V A E I Y E X A Ü E U Ö U E » Y g P I E N T E P I Ü  
® I S A E H I V U E P A E O A O Ö W U Ö W U E U E H E P I Ü E D U E U I f n G I Ü  
P I A Ü h a n Y A æ C Ü P Y R E Ê THUR Ü A E I C W A Ö U - Ö U E U G A N U 1 1 Ö W U P I Ü  
E D U E P I Ü Ö W U I G ® I C Y W H N N E x<sup>3</sup>

1. D i þYÓð áá EÐL ÆÓÚ WÐÚ UþL áñEÐe BaÁD WÚWak ..WÚUþlaÝÍWEæ ±EP | .
  2. <http://www.box.net/shared/iya01arh8l>
  3. GÁVÍ EÞH ÆWÚH þYl áþÝEAR 11 ..WÚUÆC0Í—O—A B @ÝEARÆGÁVÍ "Imagi-  
nary' BXÁHEF AIC JCEFAEFPHPnPv VÍGÝX .."

— ÄÜ á | & È » YWÈPÜ. PYÁFÉ ÈHÜÜ xí | x nœ à ÄÜ EÜ ® PØHÍWÜÜ  
B « YÄÜ Ü ÈaaÇæ ÈPvCÝX | A .. ÄÜñæ ÈaaÐDØPÜÜ | AÎ - à ® PØHÍÜ  
± ØEÜ ± YÜEE & CÍ ©®Ü Apr.14/15;...; ÈPØAØPÜÜ | EñÄYDÝy &  
® PØHÍ ÜGÄN/PØ + YÜÜ FØ CÍ ©®Ü Jan.14/15. CñYÁ©<sup>2</sup>

ÓÝ ; á®Ü· ÜÓ&A ; á®ÜPÆÉþÝ-PIE ÉÁDæ

- ÄÜ á | &E » ÝWÜ · EEE » BPP a E ® YAOPE Þ P EÜ OÝPIEß CÆE  
 B · Aæ OYçá®&E » ÝWÜ · EEE Olaçáí ®U EÝNÌ PLEÙÜ Þ 1 ©Wa » B Eáçá  
 · PÜC®PP a E ® YAOÜ ± EÜAßS ± YñÜ EÜkÓÜñß a B PPE aa Y · CY · UññEE  
 - ÄÜ á | &E » ÝWÜ Ü EaaÇæ OYçá®&E » ÝWEE OÜaAÖÜñß a D aUE®Wa  
 E Þ OÝ PPIYÜ :

1. ÖÈÅÄYÈN ©È ÄPÝÇä EDÜÈEPIDÜÈU aÈnñi...> & AÈHÄDñaaTÙ
  2. ÈÄYÖEä xÄYäYçà & YÖÖHñ xNÝ & A.101
  3. ®æñlo®... - æÈWÜT Ü C° PÜ PËÜY ÈÝX ÖÈLWÖHÈÜ Ü D ÇäS®I Dä  
E ÈÝWññ a WÝÖÖHñ Üä©Í ÜAÍEEÜ ÈnÝI IEPÜ ÈPñi CÈE PaV CYX x  
BÓPAñ BPAÜ 21 ®aw. Ölù+ ÈÝX ÖÈLWÖHÈÜ Y AñD Awq+L i®H°1 VÈEÜ AñI Ü

B ave<sup>®</sup>WæEññDürPævñWñññ : EäaÈ<sup>®</sup>PYÄU ÈEEÈ a aü<sup>®</sup>PU  
 ±YÜ Öäñçäi<sup>®</sup>Ü ±YÜ ñäi<sup>®</sup>WæHPIÈYWÜ æ 5.2<sup>0</sup> Pæà<sup>®</sup>Ü ÈEAÈÈ iA<sup>®</sup>Ü  
 ÈDñÈP<sup>®</sup>Ü Wñññ ÖäraYÄÜ ÈE 18.6 ÈDÜ Ü - çäñPYÈPÜ ±YÈPÜA  
 EípYWñññ æ C Ü PYÄFÈEññÜ EäaÇæ(φ) 18" çäDür ÖYWä A ÜAÜ  
 ÈIY<sup>®</sup>OR<sup>®</sup>EE (θ) 9.3" çäDür. PYÄFÈEññÜ WñññWÖPí ÜipY Ü  
 ©PÜSÆEçä<sup>®</sup>Ü ÖäñAññ±WÖÜAæave<sup>®</sup>AÜñÜ CDä AEE<sup>®</sup> »äEäçä  
 »Ü<sup>®</sup> ©®ÜPÜPäá ÖEÜ»YgPÈññPä AEIYÈYÜ Ü ©QNWæ ÖIAçPX  
 HPIÈYWÜ Ü PYÄU ®Y<sup>®</sup>IññAÜ ©®ÜÜ 1" Wä PññEäçä - çäñPYÈPÜ  
 ÖññPññ. ÈIPÈWñññ æ(Chandler wobble)[3]. CÈEEÈPññ. PæEÜ

**Ques 10:** The gravitational potential of an extended object m (earth), composed of  $m_i$ s due to a mass point M (sun or moon) is  $V = -\sum Gm_i r_i$ .

$$V = \sum_i \frac{-GMm_i}{r_i}$$

$$= \sum_i \frac{-GMm_i}{r \sqrt{1 + \left(\frac{r'_i}{r}\right)^2} - 2\frac{r'_i}{r} \cos \psi_i}$$

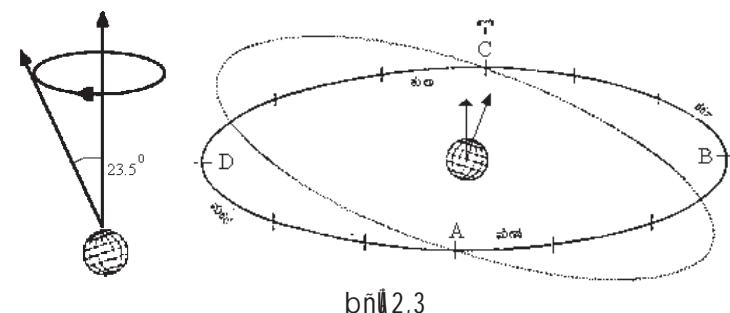
Expanding this potential in the two non-vanishing terms (working and averaging over one full revolution) we get the following Lagrangian:

$$L = \frac{I_1}{2}(\dot{\theta}^2 + \dot{\phi}^2 \sin^2\theta) + \frac{I_3}{2}(\dot{\psi} + \dot{\phi} \cos\theta)^2 + \frac{GM}{4r^3}(I_3 - I_1)(3 \cos^2\theta - 1)$$

where  $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\psi$  are the usual Euler angles for earth. Noting that the precession rate is 4-5 orders of magnitude smaller compared to annual/monthly motion of M, Lagrange-equation (equivalent formulation of Newton's laws) corresponding to  $\theta$ ,  $\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right) = \frac{\partial L}{\partial \theta}$  yields, average precession rate:

$$\dot{\phi} = -\frac{3G}{2w_3} \left( \frac{I_3 - I_1}{I_1} \right) \cos \theta \left( \frac{M_{sun}}{r_{sun}^3} + \frac{M_{moon}}{r_{moon}^3} \right)$$

Substituting: universal gravitational constant,  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^{-2}\text{kg}^{-2}$ ; fractional difference in moment of inertia of earth,  $(I_3 - I_1)/I_1 = 0.00327$ ;  $\theta = 23.45^\circ$ ; angular speed of earth's diurnal rotation,  $w_3 = 7.29 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1}$ ;  $M_{\text{sun}} = 1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$ ;  $M_{\text{moon}} = 7.35 \times 10^{22} \text{ kg}$ ;  $r_{\text{sun}} = 1.49 \times 10^{11} \text{ m}$ ;  $r_{\text{moon}} = 3.84 \times 10^8 \text{ m}$ , one gets  $\phi \sim 50.2'' \text{ yr}^{-1}$ ;  $\phi^{-1} \sim 25800 \text{ yr}$ .



- Óବୁଦ୍ଧି ଓ ଯେତି & 14/9
  - ଏଣ୍ୟୋରେକ୍ସାର୍ଟାର୍ଟିକ୍ & ପ୍ଲାନେଟ୍ସିପ୍ୟୁ & 3/25
  - Óବୁଦ୍ଧି ଓ ଯେତି & 14/7,8; 13/6&10
  - ପ୍ଲାନେଟ୍ସିପ୍ୟୁ & 3/23
  - ପ୍ରେସ୍ ଡୋୟିରେହୋଇ ଏକିରିନା ପ୍ରେସ୍ ମିଲିଙ୍ଗାର୍ଜୁ ଅନ୍ତର୍ଭାବ > & 5/21/7  
ଏପାର୍ଟ୍ୟୁଳ ଆଇଟିମ୍‌ବୋଲାଅନ୍ତର୍ଭାବ କାର୍ତ୍ତିକା ଓଡ଼ିଶାଇପ୍ୟୁ <ଏକିରିନା > & 5/21/4
  - ଏନ୍ତାର୍କଷିଟିକ୍ ଡୋୟିରେହୋଇ ଏକିରିନା ପ୍ରେସ୍ ମିଲିଙ୍ଗାର୍ଜୁ ପ୍ରେସ୍ ଏକିରିନା ମିଲିଙ୍ଗାର୍ଜୁ

®Ý®॥@±॥¥Ý "A; á®Ý; á' È ..॥ñà ..

ÉAYOIEá×ÁUñDOÜTÝHÜ·ÉNyÅ (QÁÜÜ 6®à ÍHEP®) AEÄUPYAE·EE  
Açá®WÜU BÄÜ»EÜ BX®Ü ±Ýba®ÝYÖWÜHÜ·©Wa ñÝÜç PWHÆEÆ·EÜ,  
±ÍHÜEÝX ±ÄuÜÜÜ àPá·EÜ E«Ý®WÜHÜ·©Wa H®EÜ EÜPw YÄæ

BAÁHÁÖÜ ÖÝPÁDÜ ÚEPÍAYÖDU Ðbáó ÁYÍÐÜ ±HÁEE ÑYÉÜÖDÝ- ÉKÜ Íñä ±HÉÜ & ±HÉÜ ©@Ý±PÁAáññAáññAP®Ý- ÉI®é ±YÁEEÜE, ÁYñÜáÓÜ ±HÉÜ ±HÉÜ & ÁYñÜ±PÁAáññAáññAY ÖDÜE>& ÍñEa; á<íñEa! à; á & 5/21/7

QÓY خَ@ PLE@ | QíbER b ..D| »ÝWÜE nAÝ خَ@O@ PLE@ | QíbER b ..nAÝßÝW&  
E ..L@á E@h@e خَ@P@E@ خَ@P@E@...& T@Eg خَ@lg@à | ài خَ@ & 5/21/10  
D GÄM «E@ WÜU@E@E@n@O@E@» ÓY «ا

1. 0اه ۰ یهٔن ۱۲/۵۷
  2. E یواد و ۲/۴۰,۴۹; ۳/۱۸,۱۹,۴۳,۴۵; ۱۲/۲۵(»اه), ۴۵&۵۱, ۶۳&۶۸. C@<sup>۱۰</sup>  
ADIEP «YAHUWEH OÝXAHÉH PWIYAH PYAE EÉ OÝX U A PYAU EAU AP.
  3. XanÝ ۱۲/۸ & ۲۶; AEاه ±DURWUH@ C ۱۰ ۱۰ YEHÓYEH@n C ۱۰ ۱۰ xanu
  4. ±اه ۱۰ EÝYI e ۰اه P1 aI EÝYEH P...>  
OÝ±YI «aI ۰OÝPI ۰ahEIPZÍYEH Aäh@OÜ Y»  
& AEWkYAH@ aI & Eä ۰YWHAH EÐ@7 (~۰Ah. 1500)
  5. اه ±P@ ±AYAH@n & ۱۰ EÝYI YAH... ±eDY@n u aH@TTA@> EÐ@n@ ±eDY@n@Y...>  
Aah@ | n@E@...> OeEIP@ ۰YH... OÝ±YI «I I X@D@> ±YEH P... OÝ±YI «YI ۰YH@E@...>  
bñYI Y@C1 YK@ I T@H...> OæEIP@n@h@EÝY@YI «EDEY@Y@E@>& »bæan@EE@E@  
(3/1). (C ۱۰ @W@ ۰اه ۰ یهٔن ۱۴/۱۰) (OÝ@A@) EHPAY@A@I  
T@AY@W@ ۰ ۰aUAE@P@ P@ OæaE@OÝ@H@); n@Y aü W@ @ & اه Y  
-E@H@n@-±Y@H@ «EDEY@H@N@Y@A@ > B@EDY@ ۰O@ ۰Y@H@Y  
E@Y@H@U@ ۰E@...>& »bæan@EE@E@ (3/4).

Óðr ḡáí ® ÍJU · 11 · HÉÝXAU · EÓHNEÓHÉÝXAUHÉU · ḡ PÉLÉÝHÉPRA  
 EÍKÓHÉE®AE Óðr ḡáí ® ÜPe - PIÝA2 · PAÉHE 0.5<sup>0</sup> BX · U, A · U AEÓæ · Áa  
 A «Í ©®U · EÍHÝAOEPU · EÍhñ · EÉMÓMÆE · U. ÖÝWAÁáá EÍ «HEHÓS · áí  
 ÖÝWA · ÖDÖS · ḡáí ÁU ± ¥WUWUOEñHE JÍ · BXAUHÉU · AÍ · UEDHÉP· · WUW  
 · ÁÆ · PWAE®AE EÐHÉP· · WUWwD CYAU · Óðr ḡáí ÁU YAHÉUAÍHÄE  
 (Í Þa «Í) GÁNU · Eññ · PÝAá ©®Uññ · ÖzHE · B · ÁI · U EÝA©WUññ  
 EÍ «HEHÓWUWUOYPE · ÓñPIE · YÍññDÉÝPNUU · CÉWóEññ · ¥Ý · Y«PÉHE

BPÄÜÜÜÜ

1. gъáññü ÊÝÑÖPÄP "Açá®WÜU BÄÜ>ö, ®EäÝÄ... 2009, nññIÉY·VÖEÜ EñäÆ/ÊÝÑÖEÜ»  
ÊPÖLEPä
  2. H.Goldstein, C.Poole, J.Safko, '*Classical Mechanics*', 3rd edition, Pearson Education, 2007, Sec.5.8.
  3. John R. Taylor, '*Classical Mechanics*', University Science Books, 2005

(Êðáí · · ÆÍþ ááÊð · · ...)

## 1. You & 3/1&3

2.  & 3/21

3. HPÝ·ÙàÍ ÈÛÝ ZÝE Pab·ÝÓÝÙwñÝ@&ÛàÈÝ©ÃÝgÈàÝÙ ÄÛ&HPÝ·Ùà- | ì ; á&1